

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ МЕДИКО-БИОЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ.

Цурганов А.Г., Макеенко Г. И.

*УО «Витебский государственный ордена Дружбы народов
медицинский университет»*

Поступив на первый курс, практически все студенты испытывают достаточно большие затруднения в процессе изучения раздела высшей математики, связанного с составлением и решением дифференциальных уравнений. Практическое освоение

математики предполагает работу с математическими выражениями, формулами, расчетами, которые имеют абстрактное содержание, что вызывают серьезные затруднения. Выполнение более сложных математических действий (процессов интегрирования, дифференцирования, решения дифференциальных уравнений) вызывает повышенные трудности. Мотивационная характеристика изучаемой задачи и анализ полученного результата остаются вне поля зрения. Непонимание роли высшей математики, одного из необходимых предметов физико-химического профиля и математики в целом, как логического стержня содержания естествознания становится очевидным уже тогда, когда появляется необходимость изучения процессов на моделях. Достижения современной медицины в значительной степени обусловлены успехами биохимии, биофизики, физики, техники и медицинского приборостроения. Природа заболевания и механизм выздоровления во многих случаях имеют биохимическое и биофизическое объяснение. При изучении многих разделов, связанных с физиологией, можно широко использовать принцип изоморфизма (сходства, подобия). Именно наличие сходных черт у различных объектов положено в основу научного подхода к изучению природы самых сложных и разнообразных явлений. При этом речь идет не о внешнем тождестве, а о сходстве функциональной деятельности объектов, о единстве процессов в живых и неживых системах. По существу, во всех отраслях науки вводится понятие, отражающее сходные черты изучаемых явлений и объектов, т. е. понятие модели. Моделирование процессов является одним из методов исследования, позволяющим прогнозировать направление научного поиска путем варьирования различными параметрами систем с целью выявления их взаимовлияния и взаимозависимости. В курсе медицинской и биологической физики метод моделирования является незаменимым при изучении систем организма. Из всех существующих моделей наиболее широко используются физические (аналоговые) модели, т. е. системы, обладающие аналогичным с моделируемым объектом поведением, и математические модели, представляющие собой системы математических выражений - формул, функций, уравнений и т. д. описывающих те или иные свойства изучаемого объекта, явления, процесса. Один и тот же прием построения математической модели может быть применен к изучению различных физических или химических процессов.

Дифференциальные уравнения занимают важное место в решении задач физико-химического и медико-биологического содержания. Пользуясь ими, мы устанавливаем связь между переменными величинами, характеризующими данный процесс. Решение любой задачи с помощью математического анализа можно разбить на три этапа: 1) перевод условий задачи на язык математики (что является функцией, а что - аргументом, например, энтропия - функция, температура - аргумент); 2) решение уравнений, 3) оценка результатов. Первая часть работы обычно заключается в составлении дифференциального уравнения и является наиболее трудной, так как общих методов составления дифференциальных уравнений нет и навыки в этой области могут быть приобретены лишь в результате изучения конкретных примеров. Сам метод изложения количественных закономерностей языком математических формул точен и экономичен. С другой стороны, проверка гипотез может быть осуществлена путем испытания математической модели, созданной на базе этих гипотез. Математическая модель позволяет судить о поведении систем в условиях, которые трудно создать в эксперименте. Практическая ценность метода математического моделирования заключается в следующем: 1) правильно составленная математическая модель

позволяет уменьшить время исследования систем; 2)облегчает решение задач прогнозирования хода и результатов эксперимента.

В ходе обучения студентов элементарным навыкам математического моделирования мы стараемся привить им культуру мышления, основанного на абстрактной логике. Необходимо также разъяснять связь изучаемых вопросов с материалами других предметов. Стоит нам открыть учебник по физической и коллоидной химии, то уже в первом разделе «Основы химической термодинамики» мы сталкиваемся с огромным количеством математической символики в виде приращений, дифференциалов функций, интегралов и простейших дифференциальных уравнений. В большинстве случаев изложение вопросов начинается с довольно простой математической модели: «Изменение одной величины пропорционально изменению другой величины». Например, работа газа dW пропорциональна ходу поршня сжимающего газ в цилиндре при определенных условиях (давлении, температуре). И мы получаем математическое выражение в виде дифференциального уравнения первой степени с разделяющимися переменными, которое легко интегрируется и приводит нас к выражению для работы произведенной над системой:

$W = -P_{\text{внеш}} \Delta V$, где ΔV -изменение объема газа.

Довольно показательным является анализ зависимости теплового эффекта химической реакции от температуры, когда математическая модель представляется в виде уравнений Кирхгофа в дифференциальной форме для энтальпии:

$$\left(\frac{\partial \Delta H_r}{\partial T} \right)_p = \Delta C_p \quad \left(\frac{\partial \Delta H_r}{\partial T} \right)_V = \Delta C_V$$

Они позволяют качественно оценить зависимость теплового эффекта от температуры при изобарном и изохорном процессах протекания реакции, вводя в модель зависимость теплоемкости от температуры в виде степенного ряда.

При изучении законов термодинамики аналитическое выражение второго закона термодинамики для любого произвольного обратимого процесса $dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{C_p dT}{T}$ также является выражением пригодным для его анализа и решения как дифференциальное уравнение первого порядка. Взгляд математика на эти разделы химии не вызывает недоумения. Хотелось бы, чтобы и студент, который открывает этот раздел, не испытывал не только трудностей в прочтении материала и дальнейшем его использовании, но и легко воспринимал сам принцип создания этих моделей и их разрешения с целью получения пригодных для анализа выражений. Развитие этих навыков и посвящен один из разделов курса высшей математики: «Составление и решение дифференциальных уравнений на примерах задач физико-химического и медико-биологического содержания».